

初中思维竞赛题

1. 在下列算式中移动 0、1、2 中某个数字，使等式成立： $11-12=10$.

2. 请在四个数字 5 之间，适当添加 +, -, ×, ÷, () 这些符号，以使等式成立。

(1) $5 \ 5 \ 5 \ 5 = 1$; (2) $5 \ 5 \ 5 \ 5 = 2$;

(3) $5 \ 5 \ 5 \ 5 = 3$; (4) $5 \ 5 \ 5 \ 5 = 4$;

(5) $5 \ 5 \ 5 \ 5 = 5$; (6) $5 \ 5 \ 5 \ 5 = 6$.

3. 对于给定的有顺序的四个数：30, 10, 67, 15. 任意交换两个非相邻位置的数，算作一次操作（不允许交换两个相邻位置的数），能否利用三次操作，使得最后得到的四个数从左到右依次减小，写出具体的操作步骤.

4. 请你估计一下， $\frac{(2^2-1)(3^2-1)(4^2-1)\cdots(99^2-1)(100^2-1)}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \cdots 99^2 \cdot 100^2}$ 的值应该最接近于()

- (A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{100}$ (D) $\frac{1}{200}$

5. 一位 3 米高的巨人，沿赤道环绕地球步行一周。那么他的脚底沿赤道圆周移动了一圈，他的头顶画出了一个比赤道更大的圆。已知地球赤道的半径是 6371 千米。在这次环球旅行中，这位巨人的头顶比他的脚底多走了多少千米？

巨人的脚底走过的圆，半径是 6371 千米。巨人的身高是 3 米，所以他的头顶走过的圆，半径增加 3 米。都用千米做长度单位，半径增加的数量就是 0.003 千米。取圆周率的近似值为 3.14，那么两圆周长的差 = $3.14 \times 2 \times (6371 + 0.003) - 3.14 \times 2 \times 6371 = 3.14 \times 2 \times 0.003 = 0.01884$ (千米) = 18.84 (米)。

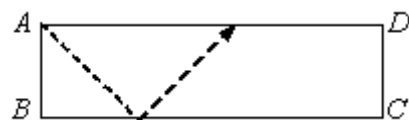
结论是：环绕地球一周，巨人的头顶只比脚底多走 18.84 米。

如果这位巨人打算再环绕月球表面步行一圈，那样一圈走下来，他的头顶比脚底多走了_____千米呢？

6. 我们知道：1 刀可以把一个蛋糕切成两块，2 刀最多可以把一个蛋糕切成四块，那么 10 刀最多可以把一个蛋糕切成_____块。

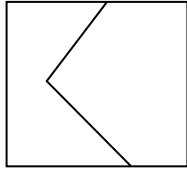
7. 某台球桌为如图所示的长方形 $ABCD$ ，小球从 A 沿 45° 角击出，恰好经过 5 次碰撞到达 B 处。则 $AB:BC$ 等于()

- (A) 1:2 (B) 2:3 (C) 2:5 (D) 3:5



8. 有一堆夹心糖，如果平均分成 8 份，最后多余 2 块；如果平均分成 9 份，最后多余 3 块；如果平均分成 10 份，最后多余 4 块。这堆糖至少有_____块？

9. 把一个正方形分割成五边形是很简单的，中间加个“<”就可以了(见下图)。但是，这里有一个五边形是凹五边形。如果要求分割出来的各个部分都是凸五边形（数目不限），应当如何分？请画出你的分法。



10. 复旦大学某班 A、B、C、D、E、F、G、H、I 共 9 名同学参加 2010 年上海世博会志愿者知识测试. 测试合格者进入志愿者选拔范围. 测试结果只有一人合格. 向他们询问谁合格. 他们的回答如下：

- A: “是 E” ; B: “是我” ; C: “是 B” ; D: “不是 E” ;
 E: “是 B 或 H” ; F: “是 E” ; G: “不是 B” ; H: “不是 B 也不是我” ;
 I: “H 所说的是事实” .

其中，说实话的只有 3 个人，那么请问合格的是_____.

11. 第二次世界大战期间，各国部队发送情报多采用密码. 在一次作战前期, 美军部队之间在传递军事情报信息中发送了 143 这三个数字, 接收部队得到的军事信息为 48. 密码编译过程是这样的： $48 \div 5 = 9 \dots 3$; $9 \div 5 = 1 \dots 4$; $1 \div 5 = 0 \dots 1$.

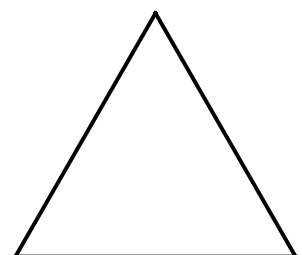
从右到左组合这三个余数就得到了密码. 如果发送的密码为 323, 那么得到的两位数的军事信息为_____.

12. 根据下表中的数字分布规律, 空格处应填入什么数字才合适?_____.

6	0	8	3		4	5	5	5		0	3	1	6							
2	9	7	7	2	2	4	3	2	5	2	4	1	8	2	5	8	9			
1	0	5	3				2	7	2	0				3	9	6	6			

13. 通常的台球桌是长方形的. 现在(请设想一下)有一个正三角形(即等边三角形)的台球桌(如图). 一位台球高手夸耀说：“我曾在这样的球桌上, 将球从桌边击出, 沿三个不同方向通过同一点, 然后回到出发点.”

请你为这位台球高手在图上用箭头标出击球方向.

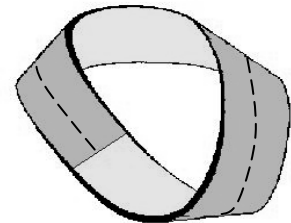


14. 假设排列着 100 个乒乓球，由两个人轮流拿球装入口袋，能拿到第 100 个乒乓球的人为胜利者。条件是：每次拿球者至少要拿 1 个，但最多不能超过 5 个，问：如果你是最先拿球的人，你该拿几个？以后怎么拿就能保证你能得到第 100 个乒乓球？

15. 已知 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，过 $\triangle ABC$ 的一个顶点的一条直线，把 $\triangle ABC$ 分成两个小三角形，如果这两个小三角形也是等腰三角形，试求出 $\triangle ABC$ 各内角的度数。

16. 如果在裁好的一张长方形纸条正中间画一条线，扭半圈，再正面的头与背面的尾对接，粘成“麦比乌斯圈”（如图），再沿线剪开，把这个圈一分为二，我们将得到（ ）。

- (A) 一个大圈
- (B) 二个分离的圈
- (C) 两条互相套着的纸圈
- (D) 又可平展为一个长方形纸条



17. 大禹治水时，从洛水里出来一个乌龟，背上有一个图表每行每列及两条对角线上的三个数字之和都是 15，这种图称为三阶幻方。

4	9	2
3	5	7
8	1	6

用数 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 能否组成一个三阶幻方？试说明理由。

18. 12 个相同的小球，其中有一只次货是质量不同的（轻重不知），用天平，怎么称，三次之内一定能知道哪个是次货？

参考答案:

1. 答: $11-1^2=10$.

2. 解: 答案不唯一

(1) $(5 \div 5) \times (5 \div 5) = 1$;

(2) $(5 \div 5) + (5 \div 5) = 2$;

(3) $(5 + 5 + 5) \div 5 = 3$;

(4) $(5 \times 5 - 5) \div 5 = 4$;

(5) $(5 - 5) \times 5 + 5 = 5$;

(6) $5 \times 5 \div 5 - 5 = 6$.

3. 解: 第一步: 交换 30 与 15, 得到 15, 10, 67, 30;

第二步: 交换 67 与 15, 得到 67, 10, 15, 30;

第三步: 交换 30 与 10, 得到 67, 30, 15, 10.

4. B

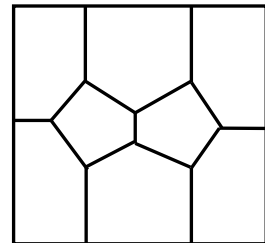
5. 解: 不必问月球赤道的半径是多大, 也用不着做计算, 头顶只比脚底多走的路程还是只有 18.84 米。因为在刚才解答环绕地球旅行的问题时, 地球赤道的半径在计算过程中消去了, 计算结果与脚底圆周的半径无关。

6. 解: 实验归纳: 在 n 刀的基础上再增加一刀, 就增加了 n 块。共 56 个

7. C.

8. 解: 本题的数字虽然多些, 却很有规律: 三次分糖的份数分别是 8、9、10, 顺次加 1; 每次余下糖的块数分别是 2、3、4, 也是顺次加 1。由于 $8-2=9-3=10-4=6$, 所以问题的条件可以换一种说法: 如果平均分成 8 份, 就会有一份缺 6 块; 如果平均分成 9 份, 也会有一份缺 6 块; 如果平均分成 10 份, 还是有一份缺 6 块。既然每次都缺 6 块, 不妨暂借 6 块糖来, 放进这堆糖里, 那么糖的总数就是 8 的倍数, 也是 9 的倍数, 又是 10 的倍数。8、9、10 的最小公倍数是 $8 \times 9 \times 5 = 360$, 因而这堆糖加上 6 块以后, 至少是 360 块。所以最后得到, 这堆糖至少有 354 块。

9. 图形分割 (不唯一)



10. 解: 假设 A 说实话, 则 F、G、H、I 也是说实话, 这“与说实话的只有 3 个人”不符, 所以 A 说了假话, 从而 E 不合格, F 说了假话, D 说了实话.

假设 B 说实话, 则 C、D、E 也是说实话, 这“与说实话的只有 3 个人”不符, 所以 B 说了假话, 从而 B 不合格, C 说了假话, G 说了实话.

E 与 H 一定是一人说假话, 一人说实话, 从而 I 说假话, 继而得出 H 说假话, E 说实话.

所以 H 是合格的.

11. **解:** 设得到的两位数的军事信息为 x , 则

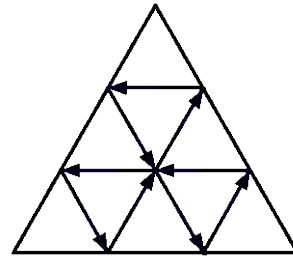
$$x \div 5 = y \cdots 3 ; y \div 5 = z \cdots 2 ; z \div 5 = 0 \cdots 3 .$$

$$\text{从而 } z = 5 \times 0 + 3 = 3 ; y = 5 \times 3 + 2 = 17 ; x = 5 \times 17 + 3 = 88 .$$

12. **解:** 第三行的四位数+第二行的四位数-第一行的顺序颠倒的四位数=右边相应的三位数.

$$1053 + 2977 - 3806 = 224; 2720 + 3252 - 5554 = 418; 3699 + 2589 - 6130 = 425.$$

13.

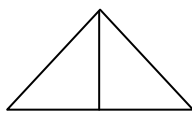


14. 我们不妨逆向推理, 如果只剩 6 个乒乓球, 让对方先拿球, 你一定能拿到第 6 个乒乓球. 理由是: 如果他拿 1 个, 你拿 5 个; 如果他拿 2 个, 你拿 4 个; 如果他拿 3 个, 你拿 3 个; 如果他拿 4 个, 你拿 2 个; 如果他拿 5 个, 你拿 1 个.

我们再把 100 个乒乓球从后向前按组分开, 6 个乒乓球一组. 100 不能被 6 整除, 这样就分成 17 组; 第 1 组 4 个, 后 16 组每组 6 个. 3、这样先把第 1 组 4 个拿完, 后 16 组每组都让对方先拿球, 自己拿完剩下的. 这样你就能拿到第 16 组的最后一个, 即第 100 个乒乓球.

策略: 先拿 4 个, 他拿 n 个, 你拿 $6-n$, 依此类推, 保证你能得到第 100 个乒乓球.

15. **解:** 共有四种情况:



$$90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$$



$$108^\circ, 36^\circ, 36^\circ$$



$$36^\circ, 72^\circ, 72^\circ$$



$$(25\frac{5}{7})^\circ, (77\frac{1}{7})^\circ, (77\frac{1}{7})^\circ$$

16. **解析:** A

17. **解:** 不能, 三阶幻方中的 9 个数字必须是 9 的倍数, 而所给数字之和为 48, 不能满足要求.

18. **正解:** 分成 A、B、C 三堆, 每堆 4 个小球.

第一步: 称 A、B 组;

第二步: 如果 A、B 一样重那么坏球在 C 组, 用剩下 2 次把坏球弄出来 (这个就不解释了);

如果 A、B 不一样重说明在 A、B 组中, 接着第一次称把 C 组 3 个好球换到 B 组中, 然后 B 组没换出去的那个球和 A 组中的一个球换下位置再称;

第三步：称完分 3 种情况：

(I) 天平倾斜发生颠倒，说明是第二次称 A、B 组互换的那 2 个球最后一次可以把球弄出来。

(II) 天平由原来的倾斜变为平等，说明第二次称 B 组换到 C 组那 3 个球，由此根据原来的倾斜可以推出那个球是轻还是重 所以由于知道球的重量 可以一下从 3 个中确定出坏的球。

(III) 天平倾斜未发生变化，说明在 A 组中没动的那 3 个，由此也可以知道坏球的重量是轻还是重，所以一次也可以确定出 3 个球中的坏球。